

An Exact Approach for the Optimal Planning of Bottled Water Distribution

Sebastián Nicolás Pereira¹ [0009-0007-3326-6875], Gabriela Corsano¹[0000-0002-0235-4262] and Yanina Fumero ¹[0000-0002-1975-983X]

¹ Instituto de Desarrollo y Diseño, CONICET-UTN, Avellaneda 3657, S30002GJC Santa Fe, Argentina

{spereira, gcorsano, yfumero}@santafe-conicet.gov.ar

Abstract. This work addresses a logistics problem arising in a bottled water distribution company located in the city of Santa Fe, Argentina. During each visit, full bottles are delivered and, since the system operates under a returnable container scheme, the empty ones are returned to the depot for reconditioning and reinsertion into the distribution cycle. The company has a limited and heterogeneous fleet of vehicles, and customer demand and visit frequency are known within the given planning horizon. The problem is formulated as a Periodic Vehicle Routing Problem (PVRP), and a mixed-integer linear programming (MILP) model is proposed to solve it. This model simultaneously determines the assignment of customers and vehicles to each day, as well as the daily routing. The objective is to minimize the total transportation cost over the planning horizon, subject to vehicle capacity constraints, maximum route duration, and visit frequency requirements. The model is evaluated using real data provided by the company, analyzing its computational performance and reporting the main results obtained.

Keywords: assignment problem, periodic vehicle routing problem, MILP, simultaneous optimization.

Un enfoque exacto para la planificación óptima de la distribución de agua envasada

Resumen. Este trabajo aborda un problema logístico de una empresa dedicada a la distribución de agua envasada de la ciudad de Santa Fe, Argentina. En cada visita se realiza la entrega de bidones llenos y, dado que el sistema opera bajo un esquema de contenedores retornables, los envases vacíos son devueltos al depósito para su reacondicionamiento y re inserción en el circuito de distribución. La empresa cuenta con una flota heterogénea y limitada de vehículos, y sus clientes tienen demanda y frecuencia de visita conocida en el horizonte de planificación dado. El problema se formula como uno de Ruteo de

Vehículos Periódico (PVRP), y para su resolución se propone un modelo de programación mixta entera lineal (MILP) que determina simultáneamente la asignación de clientes y de vehículos a cada día, como así también el ruteo diario de los mismos. El objetivo consiste en minimizar el costo total de transporte en el horizonte de tiempo, sujeto a restricciones de capacidad, duración máxima de ruta y requerimientos de frecuencia. El modelo se evalúa sobre datos reales provistos por la empresa, analizando su desempeño computacional y reportando los principales resultados obtenidos.

Palabras clave: problema de asignación, problema de ruteo de vehículos periódico, MILP, optimización simultánea.

1 Introducción

El Problema de Ruteo de Vehículos (VRP, por sus siglas en inglés) constituye uno de los problemas de optimización combinatoria más estudiados en el área de investigación de operaciones, dado su impacto directo sobre la eficiencia logística y los costos de transporte. Las primeras contribuciones científicas sobre problemas de ruteo datan de fines de la década de 1950, y a lo largo de más de cincuenta años de desarrollo la comunidad científica ha propuesto numerosas variantes y extensiones para capturar la complejidad de los entornos logísticos reales, demostrando un interés sostenido y creciente en el tema (Archetti et al., 2026). Elatar et al. (2023) identifica una amplia variedad de tipos de VRP, reflejando la diversidad de contextos operativos en los que el problema se presenta y las alternativas de restricciones que pueden incorporarse a su formulación. Sin embargo, solo el 30% de los estudios consideran escenarios reales y, debido a la alta complejidad computacional del problema, apenas el 28% recurre a métodos exactos de resolución (Aghaabdollahian et al., 2026).

Entre las variantes más destacadas, el Problema de Ruteo de Vehículos Periódico (PVRP) puede considerarse una generalización del VRP clásico ya que las decisiones de ruteo se extienden a un horizonte de planificación de múltiples días (Francis et al., 2008). A diferencia del VRP clásico, en el PVRP debe determinarse no solo la ruta de cada vehículo sino también el o los días en que cada cliente será visitado de acuerdo a la periodicidad requerida, lo que incrementa significativamente la combinatoriedad del problema.

Si bien las metodologías aproximadas (heurísticas, metaheurísticas) constituyen los enfoques de solución predominantes para este problema, en los últimos años se han logrado avances hacia soluciones exactas mediante la combinación de nuevas tecnologías de alto rendimiento y técnicas innovadoras de programación matemática (Gomez et al., 2025, Izadkhah et al., 2026). En particular, las formulaciones MILP permiten obtener soluciones con garantía de optimalidad y caracterizar con precisión el espacio de soluciones factibles. En este sentido, en un trabajo reciente, Basir et al. (2024) presentan un estudio comparativo de formulaciones alternativas para el PVRP, proponiendo una nueva representación para este problema basada en variables de flujo vehicular con desigualdades válidas, y evaluándolas sobre varios conjuntos de instancias de diferentes tamaños y características. Sin embargo, éste y la gran mayoría de trabajos que abordan este problema, consideran flota homogénea de vehículos y patrones de visita predefinidos para cada cliente según la frecuencia del servicio

dentro del horizonte de planificación. Si bien este enfoque reduce el tamaño del espacio de búsqueda al eliminar alternativas, puede excluir soluciones que podrían ser óptimas a nivel global. Además, la suposición de flota homogénea puede reducir significativamente el realismo de los modelos resultantes, debido a que no es lo usual en aplicaciones prácticas, donde las unidades de transporte suelen diferir en términos de capacidad, costos operativos y de servicio, y de eficiencia, entre otras cosas.

El PVRP cuenta con numerosas aplicaciones en el sector industrial, incluyendo la distribución de productos de consumo masivo, la recolección de residuos y los servicios de mantenimiento periódico (Campbell et al., 2014). Un caso de particular interés es el de los sistemas de distribución de contenedores retornables en el sector alimenticio, donde en cada visita se realizan simultáneamente la entrega de unidades llenas y la recuperación de los envases vacíos para su reinserción en el ciclo productivo. Este esquema de logística de ciclo cerrado ha sido abordado desde una perspectiva estratégica mediante modelos de diseño de red (Accorsi et al., 2020).

Marampoutis et al. (2022) presentan un modelo de programación lineal entera para abordar la recolección de botellas retornables en comercios, formulando el problema como uno de ruteo de vehículos con restricciones de tiempo y reglas de prioridad para evitar la saturación en los puntos de recogida. A partir de datos reales y experimentos con distintos tipos de vehículos, generan planes de rutas flexibles y analizan su impacto en términos de costos y desempeño ambiental, con el objetivo de mejorar la planificación en sistemas urbanos de logística inversa.

En el contexto específico de la distribución de agua envasada, Rizkiani et al. (2024) abordan un problema real de ruteo diario con múltiples viajes y entrega-recolección simultánea de bidones en una empresa de Indonesia, considerando restricciones de capacidad vehicular y duración de jornada laboral. El problema se resuelve mediante Búsqueda Tabú sobre un horizonte de planificación, sin incorporar la dimensión periódica ni la heterogeneidad de la flota.

Más recientemente, Zamar et al. (2024) resuelven el problema de ruteo de vehículos para la distribución semanal de bidones de agua en la ciudad de Santa Fe, Argentina, mediante un enfoque híbrido que combina algoritmos de clustering con modelos MILP, logrando reducciones significativas en la distancia total recorrida. Sin embargo, dicho enfoque considera una única visita a cada cliente en el horizonte temporal, sin incorporar la periodicidad de visitas ni heterogeneidad de la flota.

En este contexto, el presente trabajo considera la incorporación de estas dos últimas características: múltiples visitas al mismo cliente en el horizonte de tiempo y flota heterogénea. Estas consideraciones modifican el escenario de distribución de agua embotellada, haciendo posible extender la formulación de Zamar et al. (2024) a otras empresas con estas características. Para resolver este problema, se propone un modelo MILP que determina simultáneamente la asignación de patrones de visita a los clientes, los vehículos asignados a cada día y las rutas correspondientes a lo largo del horizonte de planificación. La formulación se desarrolla y valida a partir de un caso real de una empresa local, cuya planificación se realiza actualmente de manera empírica, evidenciando el potencial del enfoque propuesto como herramienta para una toma de decisiones más eficiente.

El trabajo se organiza de la siguiente manera: en la Sección 2 se describe el problema abordado, en la Sección 3 se presenta la formulación matemática propuesta,

en la Sección 4 se reportan los resultados computacionales y, finalmente, en la Sección 5 se presentan las conclusiones y las líneas de trabajo futuro.

2 Descripción del problema

El problema abordado surge en una empresa dedicada a la comercialización y distribución de agua envasada en bidones retornables. En cada visita se realiza simultáneamente la entrega de bidones llenos y se recuperan los envases vacíos para su limpieza, reacondicionamiento y reinsertión en el circuito de distribución.

Sea D el conjunto de días que conforman el horizonte de planificación, denotados por $d \in D$, $I = \{i_0\} \cup I_c$ el conjunto de todas las locaciones, donde i_0 denota el depósito e I_c el conjunto de clientes. Los parámetros D_{ij} y TT_{ij} representan la distancia y el tiempo de traslado entre los nodos $i, j \in I: i \neq j$, respectivamente. Cada cliente $i \in I_c$ tiene una frecuencia de visita F_i y una demanda Dem_i conocidas, donde Dem_i representa el número de bidones llenos entregados en cada visita. La empresa opera bajo un sistema de canje, mediante el cual retira de cada cliente la misma cantidad de bidones vacíos que la de bidones llenos entregados. Esta característica, habitual en los servicios de distribución de agua en bidones, implica que el intercambio de unidades no modifica la carga transportada a lo largo de la ruta. En consecuencia, aunque desde una perspectiva operativa el problema involucra tanto entregas como retiros (*pickup and delivery*), puede modelarse únicamente como un problema de distribución (*delivery*), ya que las recogidas compensan exactamente las entregas realizadas.

A cada cliente $i \in I_c$ se le asocia un conjunto de patrones de visita factibles P_i , donde cada patrón $p \in P_i$ representa una combinación de días compatible con la frecuencia F_i y con las restricciones operativas de la empresa. El parámetro binario R_{pd} toma valor 1 si el patrón p incluye una visita el día d , y 0 en caso contrario.

Para la distribución diaria se dispone de una flota limitada y heterogénea de vehículos, $k \in K$. Cada vehículo posee una capacidad máxima Cap_k , un tiempo máximo de recorrido diario TM_{kd} , un costo fijo de utilización FC_k y un costo variable VC_k . Asimismo, cada vehículo puede realizar a lo sumo un recorrido por día, iniciando y finalizando en el depósito i_0 .

El problema integra decisiones de asignación y ruteo: la asignación de un único patrón de visita a cada cliente, que determina su calendario de servicio en el horizonte, y la planificación diaria de rutas, que implica seleccionar los vehículos a utilizar, asignar clientes a cada vehículo y determinar la secuencia de visitas de cada uno de ellos.

El objetivo es minimizar el costo total de transporte en el horizonte considerado, compuesto por los costos fijos de utilización de vehículos y los costos variables de recorrido, sujeto a restricciones de capacidad vehicular, duración máxima de ruta y cumplimiento de los requerimientos de frecuencia de cada cliente.

3 Modelo matemático

En esta sección se presenta el modelo matemático desarrollado para abordar el problema descrito previamente. Se introducen los conjuntos y parámetros del modelo, seguido de la formulación matemática, que incluye las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones que representan las condiciones operativas del sistema.

3.1 Notación

La Tabla 1 resume los conjuntos y parámetros utilizados en la formulación.

Tabla 1. Conjuntos y parámetros del modelo.

Elemento	Tipo	Descripción
I	Conjunto	Conjunto de nodos (locaciones)
I_c	Conjunto	Conjunto de clientes
K	Conjunto	Conjunto de vehículos
D	Conjunto	Conjunto de días
P_i	Conjunto	Conjunto de patrones admisibles para cada cliente i
R_{pd}	Parámetro	Toma valor 1 si el patrón p realiza una visita en el día d , y 0 en caso contrario
Cap_k	Parámetro	Capacidad máxima del vehículo k
TM_{kd}	Parámetro	Duración máxima del recorrido del vehículo k en el día d
FC_k	Parámetro	Costo fijo de utilización de cada vehículo k
VC_k	Parámetro	Costo variable de traslado de cada vehículo k
Dem_i	Parámetro	Demanda de cada visita para el cliente i
ST_i	Parámetro	Tiempo de servicio en el cliente i
D_{ij}	Parámetro	Distancia entre los nodos i y j
TT_{ij}	Parámetro	Tiempo de traslado entre los nodos i y j

3.2 Formulación matemática

Se definen las siguientes variables de decisión:

- $W_{ip} = \begin{cases} 1 & \text{si el patrón } p \text{ es asignado al cliente } i \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$
- $X_{kd} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \text{ es utilizado el día } d \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$
- $Y_{ikd} = \begin{cases} 1 & \text{si el cliente } i \text{ es visitado por el vehículo } k \text{ en el día } d \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$
- $Z_{ijkd} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \text{ viaja desde el nodo } i \text{ hasta } j \text{ en el día } d \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$

- Q_{ijkd} : Variable entera no negativa que representa la carga transportada por el vehículo k al viajar desde el nodo i al nodo j en el día d .

La función objetivo y las restricciones se presentan a continuación:

$$\min \sum_{\substack{i,j \in I: i \neq j \\ k \in K, d \in D}} VC_k D_{ij} Z_{ijkd} + \sum_{\substack{k \in K \\ d \in D}} FC_k X_{kd} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{p \in P_i} W_{ip} = 1 \quad \forall i \in I_c \quad (2)$$

$$\sum_{p \in P_i} R_{pd} W_{ip} = \sum_{k \in K} Y_{ikd} \quad \forall i \in I_c, d \in D \quad (3)$$

$$Y_{ikd} \leq X_{kd} \quad \forall i \in I_c, k \in K, d \in D \quad (4)$$

$$\sum_{j \in I_c} Z_{i_0,jkd} = X_{kd} \quad \forall k \in K, d \in D \quad (5)$$

$$Y_{ikd} = \sum_{\substack{j \in I: \\ i \neq j}} Z_{ijkd} \quad \forall i \in I_c, k \in K, d \in D \quad (6)$$

$$Y_{jkd} = \sum_{\substack{i \in I: \\ i \neq j}} Z_{ijkd} \quad \forall j \in I_c, k \in K, d \in D \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{i \in I: \\ i \neq u}} Z_{iukd} = \sum_{\substack{j \in I: \\ u \neq j}} Z_{ujkd} \quad \forall u \in I_c, k \in K, d \in D \quad (8)$$

$$\sum_{i \in I_c} Dem_i Y_{ikd} \leq Cap_k X_{kd} \quad \forall k \in K, d \in D \quad (9)$$

$$\sum_{\substack{i \in I: \\ i \neq j}} Q_{ijkd} = Dem_j Y_{jkd} + \sum_{\substack{i \in I: \\ i \neq j}} Q_{jikd} \quad \forall j \in I_c, k \in K, d \in D \quad (10)$$

$$\sum_{j \in I_c} Q_{i_0,jkd} = \sum_{j \in I_c} Dem_j Y_{jkd} \quad \forall k \in K, d \in D \quad (11)$$

$$Q_{j,i_0,kd} = 0 \quad \forall j \in I_c, k \in K, d \in D \quad (12)$$

$$\sum_{\substack{i,j \in I: \\ i \neq j}} TT_{ij}Z_{ijkd} + \sum_{i \in I_c} ST_i Y_{ikd} \leq TM_{kd} \quad \forall k \in K, d \in D \quad (13)$$

$$Dem_j Z_{ijkd} \leq Q_{ijkd} \leq (Cap_k - Dem_i) Z_{ijkd} \quad \forall i, j \in I (i \neq j), k \in K, d \in D \quad (14)$$

$$Z_{ijkd} \leq X_{kd} \quad \forall i, j \in I_c (i \neq j), k \in K, d \in D \quad (15)$$

$$X_{kd} \geq X_{k'd} \quad \forall k, k' \in K: k < k' \wedge Cap_k = Cap_{k'}, d \in D \quad (16)$$

$$\sum_{\substack{i,j \in I: \\ i \neq j}} D_{ij} Z_{ijkd} \geq \sum_{\substack{i,j \in I: \\ i \neq j}} D_{ij} Z_{ijk'd} \quad \forall k, k' \in K: k < k' \wedge Cap_k = Cap_{k'} \quad (17)$$

$$X_{kd} \in \{0,1\} \quad \forall k \in K, d \in D \quad (168)$$

$$Y_{ikd} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I_c, k \in K, d \in D \quad (179)$$

$$Z_{ijkd} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in I (i \neq j), k \in K, d \in D \quad (20)$$

$$Q_{ijkd} \in Z_0^+ \quad \forall i, j \in I (i \neq j), k \in K, d \in D \quad (218)$$

La función objetivo (Ec. 1) minimiza el costo total de transporte en el horizonte de planificación, compuesto por los costos fijos de utilización de vehículos y los costos variables proporcionales a la distancia recorrida. La Ec. (2) garantiza que a cada cliente se le asigne exactamente un único patrón de visita factible, mientras que la Ec. (3) asegura que para cada día asociado a dicho patrón, sólo un vehículo puede visitar a dicho cliente. La Ec. (4) establece que si un vehículo no es utilizado en un determinado día, entonces ningún cliente puede ser visitado por dicho vehículo en ese día. A través de la Ec. (5) se exige que, para cada día, cada vehículo activo parta del depósito exactamente una vez. Las restricciones de conservación de flujo (Ecs. (6)–(8)) garantizan que cada cliente visitado tenga exactamente un arco entrante y uno saliente, asegurando la continuidad de las rutas. La Ec. (9) impone que la demanda total atendida por cada vehículo en cada día no supere su capacidad máxima.

Las Ecs. (10)–(12) modelan el flujo de carga a lo largo de las rutas: la Ec. (10) establece el balance de carga en cada nodo cliente, la Ec. (11) garantiza que cada vehículo parta del depósito con la carga total asignada para distribuir a los clientes visitados ese día, mientras que la Ec. (12) asegura su regreso al depósito sin carga. La Ec. (13) impone la duración máxima de recorrido diario para cada vehículo. La Ec. (14) establece cotas para la carga transportada en cada arco: la cota inferior garantiza que el vehículo transporte al menos la demanda del cliente destino, mientras que la cota superior limita la carga a la capacidad del vehículo menos la demanda del cliente origen. La Ec. (15) es una desigualdad válida que se deduce de las Ecs. (4), (6) y (7), si bien es redundante en términos de factibilidad, mejora el desempeño computacional de la formulación. Las Ecs. (16) y (17) evitan soluciones alternativas imponiendo un orden en la utilización y selección de vehículos de igual capacidad. Finalmente, las Ecs. (18)–(21) definen el dominio de cada variable de decisión.

4 Resultados

Se analiza una instancia construida a partir de información de una empresa dedicada a la comercialización y distribución de agua envasada en la ciudad de Santa Fe y en localidades cercanas. El horizonte de planificación comprende cinco días de operación ($D = \{\text{lunes, martes, miércoles, jueves, viernes}\}$). La instancia considera la atención de 60 clientes (26 con una visita semanal, 23 con dos visitas, 3 con tres visitas y 8 con servicio diario) mediante una flota compuesta por dos vehículos, k_1 y k_2 , cuyas capacidades máximas son de 100 y 120 bidones, respectivamente.

En la Tabla 2 se detallan los patrones de visita factibles considerados en el estudio y la representación del parámetro R_{pd} . A los clientes que requieren una única visita semanal se les asocia el conjunto de patrones $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$. Para aquellos que requieren dos visitas semanales se considera el conjunto $\{p_6, p_7, p_8, p_9, p_{10}, p_{11}\}$, mientras que los clientes con tres visitas semanales y aquellos que deben ser atendidos diariamente, sólo pueden optar por el patrón p_{12} y p_{13} , respectivamente. La definición de estos patrones responde a las restricciones operativas establecidas por la empresa de acuerdo a la frecuencia de visita requerida por cada cliente. En particular, para los clientes que no requieren servicio diario se impone que las visitas no se realicen en días consecutivos.

Tabla 2. Patrones considerados.

Número de visitas por semana	Patrón	Días				
		d_1	d_2	d_3	d_4	d_5
1	p_1	1	0	0	0	0
	p_2	0	1	0	0	0
	p_3	0	0	1	0	0
	p_4	0	0	0	1	0
	p_5	0	0	0	0	1
2	p_6	1	0	1	0	0
	p_7	1	0	0	1	0
	p_8	1	0	0	0	1
	p_9	0	1	0	1	0
	p_{10}	0	1	0	0	1
	p_{11}	0	0	1	0	1
3	p_{12}	1	0	1	0	1
5	p_{13}	1	1	1	1	1

Las cantidades demandadas por visita y las matrices de distancias y tiempos de desplazamiento entre nodos constituyen parámetros de entrada del modelo. Sin embargo, los datos de demanda no se reportan por razones de confidencialidad. Los tiempos de servicio en cada nodo comprenden un tiempo fijo de estacionamiento y un tiempo de descarga proporcional a la demanda del cliente. Los costos de transporte se estimaron diferenciando entre un costo fijo por utilización de cada vehículo y un costo variable proporcional a la distancia recorrida, siendo el vehículo de menor capacidad el de menor costo operativo en ambos componentes. Se establece un tiempo máximo

de operación diaria de 4 horas por vehículo, restricción que refleja la dinámica operativa de la empresa: mientras un vehículo realiza su recorrido, el otro se encuentra en el depósito realizando las tareas de descarga de bidones, limpieza y rellenado de los mismos, para la posterior carga de éstos a dicho vehículo. Debido a que estas tareas se completan en aproximadamente 4 horas, el tiempo máximo de recorrido se fijó en 4 horas a fin de garantizar el tiempo de la jornada laboral y que ambos vehículos operen de forma alternada a lo largo de la jornada.

Las distancias y los tiempos de desplazamiento se obtuvieron a partir de las ubicaciones geográficas reales de los clientes mediante una Interfaz de Programación de Aplicaciones (API, por sus siglas en inglés) basada en OpenStreetMap. En la Fig. 1 se presenta la distribución de los nodos. La planta, representada por el marcador de posición de color negro, se encuentra ubicada en el centro-norte de la ciudad de Santa Fe, y sus clientes se encuentran distribuidos en las ciudades de Santa Fe, Rincón, Sauce Viejo y Recreo, teniendo así la empresa un área de cobertura de aproximadamente 380 km². Las etiquetas de los nodos clientes se colorean según la frecuencia de visita de cada uno: los clientes diarios en rosado, los de tres visitas semanales en naranja, los de dos visitas en verde y los de una visita en azul.

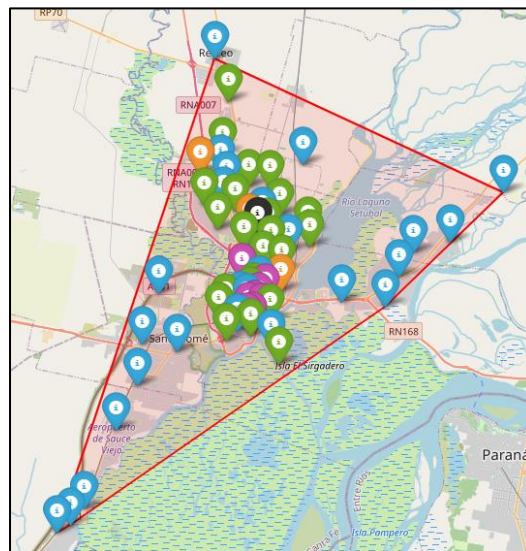


Fig. 1. Área de cobertura de la empresa.

El modelo fue implementado en Python 3.13.12 y resuelto con el solver Gurobi Optimizer versión 13.0.1, en un equipo con procesador Intel® Core™ i7-11700 de 2.50 GHz y 16 GB de memoria RAM. Se estableció un límite de ejecución de dos horas, considerado razonable en relación con la longitud del horizonte de planificación, dado que en ese lapso se están planificando simultáneamente los recorridos de los 5 días.

Se ejecutaron dos configuraciones: una con la formulación completa presentada en la sección 3, y otra sin la Ec. 15. La formulación completa contiene 37489 variables binarias, 36600 variables enteras y 113813 restricciones. En ambos casos se alcanzó

el límite de tiempo establecido. Se comprobó que la inclusión de la Ec. 15 mejora el rendimiento: con la restricción activa se obtuvo un valor de la función objetivo de \$241920.21 con un gap de optimalidad del 1.48%, mientras que sin ella el valor obtenido fue de \$247052.11 con un gap de 4.27%.

En la Tabla 3 se presenta un resumen de los principales resultados de la mejor solución hallada. Para cada día del horizonte de planificación y cada vehículo utilizado se reportan el número de clientes atendidos, la distancia total recorrida, el tiempo de operación y el nivel de utilización de capacidad en el recorrido. Cabe destacar que la carga de cada vehículo se mantiene constante en todo el recorrido, ya que al partir de la planta transporta la totalidad de los bidones llenos y a medida que realiza las visitas, los intercambia por los envases vacíos recogidos en cada nodo.

Tabla 3. Resumen de los principales resultados obtenidos.

Día	Vehículos utilizados	Clientes atendidos	Distancia (km)	Tiempo (h)	Capacidad (%)
d_1	k_1	14	43.83	2.70	98.00
	k_2	12	26.54	2.49	100.00
d_2	k_1	12	71.39	3.31	100.00
	k_2	10	20.54	2.12	91.67
d_3	k_1	13	41.87	2.55	95.00
	k_2	12	22.34	2.41	99.17
d_4	k_1	11	38.57	2.63	100.00
	k_2	12	22.67	2.33	95.83
d_5	k_1	12	68.42	3.17	98.00
	k_2	13	35.26	2.74	100.00

Los resultados muestran que ambos vehículos son utilizados todos los días del horizonte, asignándose sistemáticamente a k_1 un mayor número de clientes y distancia recorrida. Esto sugiere que el modelo prioriza el uso del recurso más económico, incorporando k_2 para satisfacer la demanda diaria remanente. Se observa además un alto nivel de utilización de la capacidad vehicular, con niveles de ocupación cercanos al 100% en todos los recorridos, lo que indica un uso eficiente de los recursos disponibles. Las duraciones de las rutas se mantienen por debajo del límite máximo de 4 horas en todos los casos, siendo d_4 el día con mayor tiempo de operación para k_1 con 3.31 horas, lo que confirma que, en esta instancia, la restricción limitante es la capacidad vehicular y no el tiempo de operación.

La Fig. 2 ilustra las rutas obtenidas para cada día del horizonte de planificación. Las imágenes (a) a (e) corresponden a los días d_1 a d_5 , respectivamente. Las rutas se distinguen según el vehículo: k_1 en azul y k_2 en verde. La visualización fue generada mediante la biblioteca Folium en Python. Si bien en este trabajo las rutas se presentan en formato estático, la herramienta permite exportar mapas interactivos, lo que constituye un recurso de potencial utilidad para los responsables de logística en la planificación y seguimiento de los recorridos diarios.

A partir de la Fig. 2, se observa una distribución geográfica sectorizada de las rutas a lo largo del horizonte. En d_1 y d_3 se atienden los clientes más alejados hacia el norte, mientras que en d_2 se concentran las visitas en la zona este y en d_5 los clientes

ubicados al suroeste. El día d_4 agrupa principalmente clientes dentro del área urbana de la ciudad. Esta sectorización refleja una asignación eficiente de los patrones de visita, en la que el modelo distribuye la carga de trabajo entre los días del horizonte minimizando los desplazamientos totales. Por otra parte, se observa que los clientes ubicados en las localidades más alejadas presentan, en general, la misma frecuencia de visita. Como consecuencia el modelo tiende a programar sus visitas en los mismos días, concentrando en esas jornadas los recorridos hacia zonas geográficas más distantes. Este comportamiento también se refleja en la Tabla 3, donde los días d_2 y d_5 registran las mayores distancias recorridas. La coincidencia de visitas a clientes alejados en dichas jornadas genera rutas de mayor extensión y, por ende, un incremento en la cantidad de kilómetros recorridos.

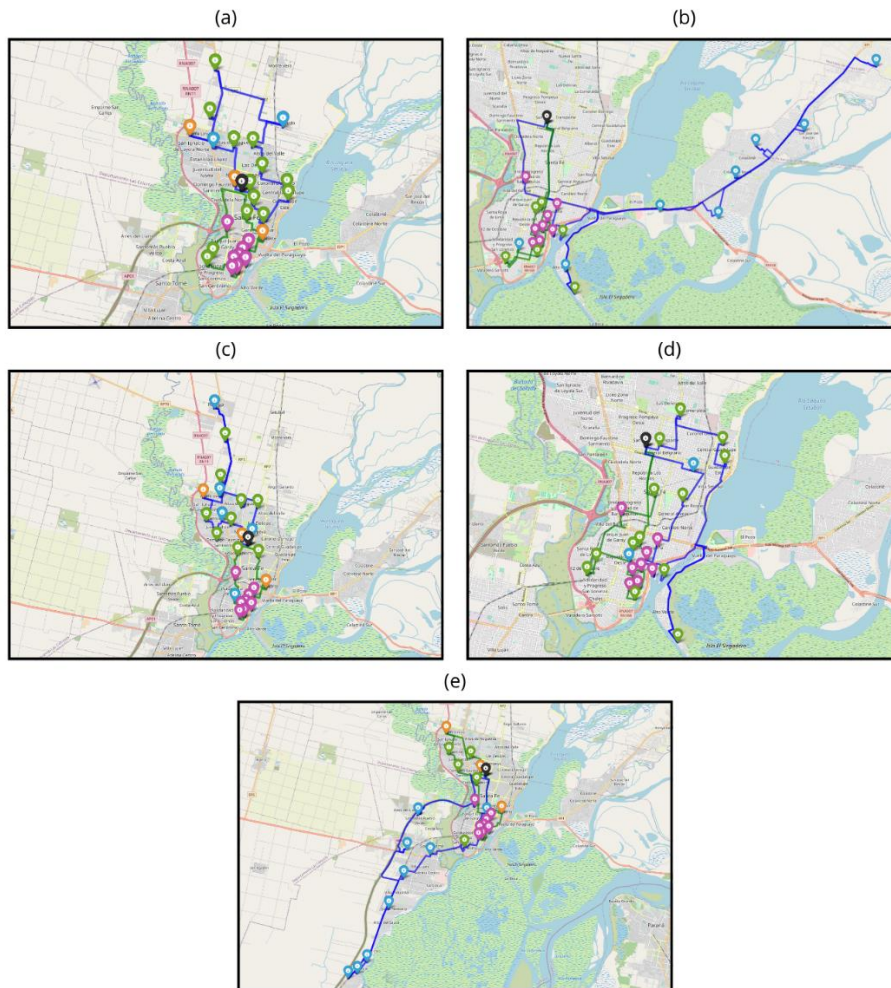


Fig. 2. Rutas diarias de cada vehículo.

La Fig. 3 presenta en detalle los recorridos de cada vehículo correspondiente al día d_2 . En la solución obtenida, el vehículo k_1 realiza el recorrido: $i_0 - i_{44} - i_{11} - i_{38} - i_{52} - i_{32} - i_{60} - i_{19} - i_{36} - i_8 - i_{12} - i_{41} - i_3 - i_0$, mientras que el vehículo k_2 realiza el recorrido: $i_0 - i_{29} - i_{55} - i_{45} - i_{48} - i_{51} - i_{16} - i_{54} - i_{25} - i_5 - i_{49} - i_0$. Este tipo de visualización permite identificar con claridad la secuencia de visita de cada vehículo y los clientes asignados en cada recorrido, facilitando su comprensión por parte de los conductores. Asimismo, brinda a los planificadores logísticos una mejor percepción del área de cobertura de cada ruta y de la distribución espacial de la demanda atendida en el día. En este sentido, la representación gráfica de las rutas aporta información relevante para la implementación práctica de los planes de distribución generados.

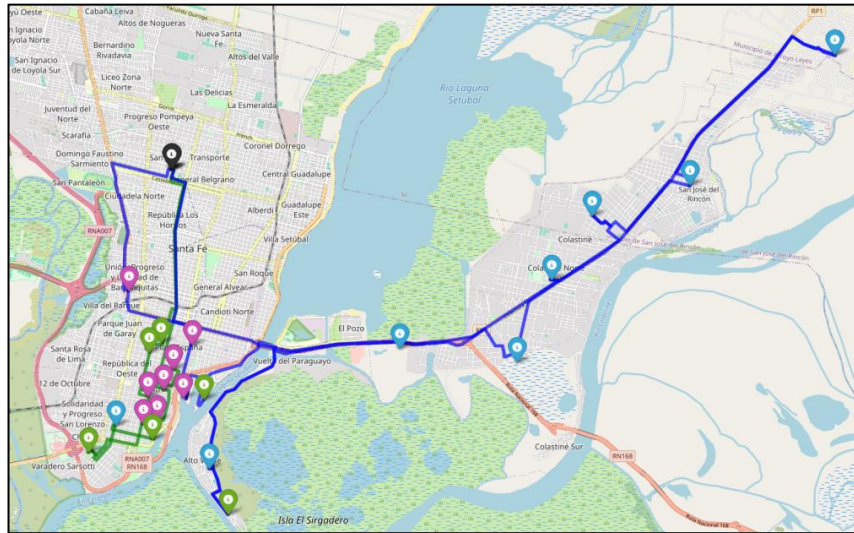


Fig. 3. Rutas asignadas a cada vehículo correspondiente al día d_2 .

Adicionalmente, se evaluaron instancias de mayor tamaño para analizar la eficiencia computacional del modelo matemático considerando una posible expansión de la empresa. Para esto se definieron dos instancias adicionales incorporando el vehículo k_3 , con las mismas características que k_2 : la instancia 2 añade 10 clientes a los datos originales (70 en total) y la instancia 3 añade otros 10 (80 en total), mientras que la instancia 1 corresponde a los datos originales con 60 clientes y 2 vehículos. En la Tabla 4 se presenta una comparación de la evolución del mejor valor objetivo y el gap de optimalidad cada media hora para las tres instancias evaluadas.

Tabla 4. Comparación computacional de las instancias evaluadas.

Tiempo (min)	Instancia 1		Instancia 2		Instancia 3	
	VFO (\$)	Gap (%)	VFO (\$)	Gap (%)	VFO (\$)	Gap (%)
30	250953.41	6.93	382236.35	27.9	454565.34	30.1
60	243271.47	3.91	362429.39	23.1	439283.80	26.8
90	242285.53	1.85	324645.55	13.7	399914.30	19.1
120	241920.21	1.48	318173.68	11.85	392025.98	17.08

Se observa que a medida que aumenta el tamaño de la instancia, tanto por la incorporación de vehículos adicionales como de nuevos clientes, el modelo requiere mayor esfuerzo computacional para alcanzar la solución óptima, lo que se refleja en valores de gap más elevados al momento de alcanzar el límite de tiempo. Esto implica que, al disponer de mayor capacidad vehicular, el espacio de soluciones alternativas crece considerablemente, dificultando la asignación óptima de clientes a días y vehículos (naturaleza NP-hard de este tipo de problemas). Por otro lado, también sugiere que ampliar el límite de tiempo de ejecución permitiría obtener soluciones de mayor calidad para instancias de mayor escala.

Conclusiones

En este trabajo se aborda un problema logístico real asociado a la distribución de agua envasada, en el cual cada visita implica la entrega de bidones llenos y la recuperación de envases vacíos. El problema se formula como un Problema de Ruteo de Vehículos Periódico (PVRP), proponiéndose un modelo MILP que determina simultáneamente la selección de patrones de visita para cada cliente y la planificación de las rutas diarias, considerando una flota limitada y heterogénea.

El modelo se evalúa sobre datos reales de una empresa de la ciudad de Santa Fe. Los resultados muestran que la formulación es capaz de generar buenos planes de distribución factibles que satisfacen los requerimientos de frecuencia de visita y las restricciones operativas del sistema. El análisis de las soluciones evidencia una alta utilización de la capacidad vehicular, lo que indica que la restricción limitante en esta instancia está asociada a la capacidad de carga y no a la duración de las rutas.

Los resultados ponen de manifiesto el potencial de las herramientas de optimización matemática para apoyar la toma de decisiones logísticas en empresas que habitualmente planifican sus operaciones de manera empírica, contribuyendo a una mejor organización de las visitas y al aprovechamiento de los recursos disponibles.

Como líneas de trabajo futuro se propone, por un lado, analizar la estructura del espacio de patrones de visita asociados a cada cliente e identificar asignaciones equivalentes a fin de reducir el espacio de soluciones factibles sin comprometer la optimalidad. Por otro lado, se plantea evaluar el modelo sobre varios conjuntos de instancias de referencia de distintos tamaños, con el fin de caracterizar su desempeño computacional de manera más sistemática.

Referencias

- Accorsi, R., Baruffaldi, G., Manzini, R. (2020). A closed-loop packaging network design model to foster infinitely reusable and recyclable containers in food industry. *Sustainable Production and Consumption*, 24, 48–61.
- Aghaabdollahian, B., Javadi, B., Aazami, A. (2026). An overview of vehicle routing problems: A comprehensive classification and description of types. *Transportation Research Interdisciplinary Perspectives*, 36, 101808.

- Archetti, C., Coelho, L.C., Speranza, M.G., Vansteenwegen, P. (2026). Beyond fifty years of vehicle routing: Insights into the history and the future. *European Journal of Operational Research*, 330(2), 355–372.
- Basir, S., Şahin, G., Özbaygın, G. (2024). A comparative study of alternative formulations for the periodic vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 165, 106583.
- Campbell, A.M. and Wilson, J.H. (2014), Forty years of periodic vehicle routing. *Networks*, 63, 2-15.
- Elatar, S., Abouelmehdi, K., Essaid Riffi, M. (2023) The vehicle routing problem in the last decade: variants, taxonomy and metaheuristics. *Procedia Computer Science*, 220, 398-404.
- Francis, P. M., Smilowitz, K. R., Tzur, M., (2008). The Period Vehicle Routing Problem and its Extensions, in: Golden, B., Raghavan, S., Wasil, E. (Eds.), *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges. Operations Research, Computer Science Interfaces*, vol. 43. Springer, Boston, M.A., pp. 73-102.
- Gomez, J. F., Uguina, A. R., Panadero, J., & Juan, A. A. (2025). A Biased–Randomized Iterated Local Search with Round-Robin for the Periodic Vehicle Routing Problem. *Mathematics*, 13(15), 2488.
- Izadkhah, A., Wang, A., Lainez-Aguirre, J.M., Pinto, J. M., Gounaris, C. E. (2026) The periodic vehicle routing problem with multi-day trips. *Transportation Research Part E* 206, 104582.
- Marampoutis, I., Vinot, M., Trilling, L. (2022). Multi-objective vehicle routing problem with flexible scheduling for the collection of refillable glass bottles: A case study. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 10, 100036.
- Rizkiani, F.N., Geraudy, I., Imran, A. (2024). Solving the Vehicle Routing Problem with Multiple Trips and Simultaneous Delivery-Pickup for Drinking Water Distribution Company. *E3S Web of Conferences*, 484, 01003.
- Zamar, B., Melchiori, L., Corsano, G. (2024). Planificación operativa del transporte: un enfoque de resolución híbrida. *JAIIO, Jornadas Argentinas de Informática*, 10(14), 57-68