

From a robust waste bin location model to a stochastic formulation: a hybrid strategy with Progressive Hedging and warm start

Diego Rossit 

Departamento de Ingeniería, INMABB, Universidad Nacional del Sur
(UNS)-CONICET, Bahía Blanca, Argentina
1253 Alem Av., Bahía Blanca 8000, Argentina diego.rossit@uns.edu.ar

Abstract. This paper presents the transition from a bi-objective robust model for community waste bin location under uncertain waste generation to a two-stage stochastic formulation. The problem determines which collection points to open and what storage capacity to install at each, while preserving service quality and using collection frequency as a proxy for downstream routing effort. A hybrid strategy combining Progressive Hedging (PH), a compact single-scenario polishing submodel, and a final solve of the true extensive form (EF) is proposed. Preliminary computational experiments show that the first-stage decisions obtained after polishing can be successfully reused as a warm start for the true EF.

Keywords: waste bin location problem, stochastic programming, Progressive Hedging

De un modelo robusto de localización de contenedores a una formulación estocástica: estrategia híbrida con Progressive Hedging y *warm start*

Resumen Este trabajo presenta la transición desde un modelo robusto biobjetivo de localización de contenedores comunitarios con generación incierta de residuos hacia una formulación estocástica de dos etapas. El problema determina qué puntos de acumulación abrir y qué capacidad instalar en cada uno, preservando calidad de servicio y considerando la frecuencia de recolección como aproximación del esfuerzo de ruteo posterior. Se propone una estrategia híbrida con Progressive Hedging (PH), un submodelo compacto de *polish* sobre un escenario individual y una resolución final del *extensive form* (EF) verdadero. Los experimentos computacionales preliminares muestran que las decisiones de primera etapa obtenidas luego del *polish* pueden reutilizarse exitosamente como *warm start* del EF.

Palabras claves: localización de contenedores, programación estocástica, Progressive Hedging

1 Introducción

Los sistemas de gestión de residuos sólidos urbanos desempeñan un papel crucial en el funcionamiento cotidiano de una ciudad por su impacto ambiental, económico y social. Su correcto funcionamiento requiere una planificación cuidadosa que puede apoyarse en herramientas de apoyo a la toma de decisiones basadas en modelos computacionales (Nesmachnow et al., 2025). Entre las actividades de planificación más relevantes se encuentra el diseño de redes de puntos de acumulación o contenedores comunitarios, decisión estratégica dentro de estos sistemas (Rossit & Nesmachnow, 2022). En este tipo de problemas deben decidirse simultáneamente la apertura de puntos candidatos y la capacidad de almacenamiento instalada en cada uno, equilibrando costo de infraestructura, cobertura del servicio y efectos operativos posteriores sobre la recolección (Rossit & Bard, 2025; Rossit et al., 2020). En un trabajo previo se abordó esta problemática bajo incertidumbre en la tasa de generación de residuos mediante un modelo robusto biobjetivo que minimiza el costo de la red y la frecuencia de vaciado requerida, tomada como aproximación del costo de ruteo posterior (Rossit & Bard, 2025).

Ese trabajo previo constituye el punto de partida del presente artículo. Allí se emplea una formulación robusta de tipo Bertsimas-Sim para proteger las decisiones frente a desviaciones adversas de la generación (Bertsimas & Sim, 2004; Rossit & Bard, 2025). Sin embargo, cuando existe información suficiente para representar explícitamente distintos escenarios, una formulación estocástica de dos etapas emerge como una extensión natural y complementaria dentro del marco general de problemas de localización bajo incertidumbre (Snyder, 2006). Un enfoque clásico de los problemas estocásticos es utilizar una formulación extendida (EF). Sin embargo, estos modelos son conocidos por su alta complejidad computacional al incorporar numerosas restricciones y variables al incorporar los distintos escenarios.

El objetivo de este trabajo es describir esa transición de modelado y presentar una estrategia algorítmica híbrida que se mostró efectiva en ensayos preliminares: aprovechar el algoritmo de Progressive Hedging para obtener buenas soluciones iniciales que luego de una etapa de refinamiento en un subproblema compacto de *polish* sean utilizadas como *warm start* en la resolución exacta del problema extendido (EF).

2 Del modelo robusto al modelo estocástico

La aplicación considerada es el diseño de una red de puntos comunitarios de disposición de residuos. En línea con el modelo robusto, el planificador debe decidir: (i) qué puntos candidatos $i \in I$ se habilitan, y (ii) cuántos contenedores de cada tipo $h \in H$ y para cada fracción $m \in M$ se instalan en cada punto abierto (Rossit & Bard, 2025). Asimismo, deben respetarse restricciones de cobertura y calidad de servicio asociadas a distancias máximas de acceso, así como condiciones operativas vinculadas con la acumulación de residuos y la frecuencia requerida de vaciado.

Antes de presentar la formulación, resulta conveniente precisar la terminología utilizada. En el modelo robusto, la incertidumbre en la generación de residuos se representa mediante intervalos o conjuntos de incertidumbre, y las decisiones se protegen frente a desviaciones adversas dentro de dichos conjuntos. En cambio, en el modelo estocástico de dos etapas se supone disponible un conjunto finito de escenarios, cada uno de los cuales representa una posible realización de la generación. Las decisiones de primera etapa son aquellas que deben tomarse antes de conocer qué escenario ocurrirá, por ejemplo la apertura de puntos y la capacidad instalada. Las decisiones de segunda etapa, también denominadas decisiones de recurso o recourse, se ajustan luego de observar el escenario y permiten adaptar la operación del sistema, por ejemplo mediante asignaciones, utilización de capacidad o variables asociadas a la frecuencia de vaciado.

Sea S el conjunto de escenarios que representan distintas realizaciones de la generación, y sea p_s la probabilidad asociada a cada escenario $s \in S$. Definimos como variables de primera etapa la apertura q_i y la capacidad instalada v_{hmi} . La segunda etapa adapta variables de asignación y operación una vez observado el escenario $s \in S$, las cuales se agrupan en el vector x_s . De este modo, las variables q y v son comunes a todos los escenarios por tratarse de decisiones no anticipativas, mientras que las variables x_s pueden tomar valores diferentes según la realización de la incertidumbre.

Una formulación compacta puede escribirse como

$$\min; \sum_{i \in I} C_i q_i + \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} \sum_{h \in H} C_h v_{hmi} \sum_{s \in S} p_s Q_s(q, v), \quad (1)$$

donde los dos primeros términos representan el costo de diseño de la red, asociado a la apertura de puntos y a la instalación de capacidad, mientras que $Q_s(q, v)$ representa el costo de recurso en el escenario s . Este último resume el costo operativo mínimo de adaptar las decisiones de segunda etapa una vez fijadas las decisiones de diseño (q, v) y observada la realización de la generación.

En forma genérica,

$$Aq + Bv \leq b, \quad (2)$$

$$T_s q + W_s v + H_s x_s \leq h_s, \quad \forall s \in S, \quad (3)$$

$$(q, v) \in Y, \quad (4)$$

$$x_s \in X_s, \quad \forall s \in S. \quad (5)$$

La restricción (2) representa la factibilidad estructural del diseño. La restricción (3) introduce las condiciones dependientes del escenario. Finalmente, (4) y (5) definen los dominios de las variables de primera y segunda etapa, respectivamente. La formulación resultante puede resolverse mediante su forma extendida, en la cual se incluyen simultáneamente todos los escenarios y se mantiene una única decisión común de primera etapa, o mediante estrategias de descomposición como las consideradas en la sección siguiente.

3 Estrategia híbrida de resolución

Cuando el número de escenarios crece, resolver directamente el EF puede resultar costoso. PH ofrece una descomposición natural por escenario mediante la replicación de las variables de primera etapa y la imposición progresiva de consenso entre ellas (Rockafellar & Wets, 1991; Watson & Woodruff, 2011). Si $y_s = (q_s, v_s)$ representa las variables no anticipativas replicadas en el escenario s , en la iteración k se resuelven subproblemas del tipo

$$\min f_s(y_s, x_s) + \lambda_s^{k\top} y_s + \frac{\rho}{2} \|y_s - \bar{y}^k\|^2, \quad (6)$$

donde $\bar{y}^k$ es el vector consenso y ρ es el parámetro de penalización. En la implementación propuesta, PH se utiliza principalmente para explorar patrones prometedores de primera etapa y no necesariamente para forzar convergencia completa en todas las instancias.

Para estabilizar el candidato proveniente de PH se inserta una etapa de *polish*. Esta etapa resuelve un submodelo compacto, implementado en Pyomo, asociado a un escenario individual e inicializado con la estructura de primera etapa sugerida por PH. El *polish* no coincide con el EF verdadero ni con un escenario promedio sintético; es, más bien, un problema de pequeña escala que aprovecha la información multi-escenario obtenida por PH para producir un candidato más limpio y favorable para el solver.

La última etapa aprovecha ese candidato dentro del EF multi-escenario. El procedimiento es el siguiente: (i) resolver la instancia con PH durante un presupuesto acotado; (ii) resolver el modelo de *polish* y extraer q y v ; (iii) construir el EF verdadero con todos los escenarios; (iv) replicar los valores de primera etapa en todas las copias por escenario; (v) fijar temporalmente esas variables y ejecutar un solve corto para construir un incumbente completo; y (vi) desfijar q y v y continuar el solve exacto del EF irrestricto. Este esquema difiere de un *MIP start* parcial convencional: en lugar de suministrar únicamente un vector parcial y dejar toda la reparación al solver, se construye primero un incumbente completo bajo decisiones de primera etapa fijadas.

4 Observaciones computacionales preliminares

Las primeras pruebas tuvieron como objetivo principal la validación lógica del procedimiento. Aun así, arrojaron observaciones de interés. En primer lugar, el mecanismo de *warm start* transfirió correctamente las decisiones de primera etapa del *polish* al EF verdadero. En ensayos pequeños con 4 puntos de acumulación y 8 escenarios, las variables no anticipativas extraídas del *polish* se replicaron coherentemente en todas las copias por escenario del EF. En ese contexto, CPLEX aceptó el arranque e informó una solución inicial a partir del *MIP start* en el solve final del EF.

En segundo lugar, la fase de construcción de incumbente con q y v fijadas resultó muy efectiva en instancias pequeñas. En esos casos el solve restringido

del EF encontró rápidamente una solución completa, que luego pudo reutilizarse cuando las variables de primera etapa se liberaron nuevamente. En tercer lugar, las decisiones de primera etapa obtenidas luego del *polish* pudieron evaluarse en el EF verdadero sin pérdida de consistencia. En varias pruebas de tamaño pequeño y medio, el candidato generado por PH más *polish* se mantuvo factible al fijarse en el modelo multi-escenario y, en algunos casos, alcanzó el mismo valor objetivo que el EF irrestricto. En síntesis, la estrategia híbrida debe interpretarse como un mecanismo de generación de candidatos y construcción de incumbentes para el solve exacto final.

5 Conclusiones

Este trabajo describió la transición desde un modelo robusto de localización de contenedores comunitarios bajo generación variable de residuos hacia una formulación estocástica de dos etapas, junto con una estrategia híbrida basada en PH, *polish* monoescenario y solve exacto final del EF verdadero. El problema de planificación consiste en seleccionar puntos de acumulación y capacidad instalada, equilibrando costo y frecuencia de recolección. Lo que varía entre ambos enfoques es el tratamiento de la incertidumbre: el modelo robusto recurre a conjuntos de incertidumbre, mientras que la formulación estocástica trabaja con escenarios explícitos.

Las observaciones computacionales son todavía preliminares, pero apoyan una conclusión clara: la etapa de *polish* resulta útil porque transforma la información de PH en decisiones de primera etapa que pueden reutilizarse exitosamente en el EF verdadero. En este sentido, la contribución del método no es reemplazar el solve exacto del modelo estocástico, sino mejorar su inicialización. Como líneas futuras se prevén experimentos de mayor escala, construcción de escenarios a partir de datos empíricos de generación de residuos y comparaciones sistemáticas contra el solve directo del EF bajo presupuestos de tiempo equivalentes.

Disclosure of Interests. El autor no tiene intereses que declarar que sean relevantes para el contenido del artículo.

References

- Bertsimas, D., & Sim, M. (2004). The price of robustness. *Operations Research*, 52(1), 35–53. <https://doi.org/10.1287/opre.1030.0065>
- Nesmachnow, S., Rossit, D., & Moreno-Bernal, P. (2025). A literature review of recent advances on innovative computational tools for waste management in smart cities. *Urban Science*, 9(1), 16. <https://doi.org/10.3390/urbansci9010016>
- Rockafellar, R. T., & Wets, R. J.-B. (1991). Scenarios and policy aggregation in optimization under uncertainty. *Mathematics of Operations Research*, 16(1), 119–147. <https://doi.org/10.1287/moor.16.1.119>

- Rossit, D., & Bard, J. (2025). Solving the waste bin location problem with uncertain waste generation rate: A bi-objective robust optimization approach. *Waste Management & Research*, 43(3), 421–437. <https://doi.org/10.1177/0734242X241248729>
- Rossit, D., & Nesmachnow, S. (2022). Waste bins location problem: A review of recent advances in the storage stage of the municipal solid waste reverse logistic chain. *Journal of Cleaner Production*, 342, 130793. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2022.130793>
- Rossit, D., Toutouh, J., & Nesmachnow, S. (2020). Exact and heuristic approaches for multi-objective garbage accumulation points location in real scenarios. *Waste Management*, 105, 467–481. <https://doi.org/10.1016/j.wasman.2020.02.016>
- Snyder, L. V. (2006). Facility location under uncertainty: A review. *IIE Transactions*, 38(7), 547–564. <https://doi.org/10.1080/07408170500216480>
- Watson, J.-P., & Woodruff, D. L. (2011). Progressive hedging innovations for a class of stochastic mixed-integer resource allocation problems. *Computational Management Science*, 8(4), 355–370. <https://doi.org/10.1007/s10287-010-0125-4>