

Algorithms B.C. (Before the computer)

Simposio Argentino de Historia, Tecnologías e Informática

Abstract The concept of algorithm is commonly associated with programs or modern technological developments. However, when Alan Turing formalized modern computing, he called his design a "computer machine," with computers in mind—people tasked with performing repetitive calculations that followed what could be defined as an algorithm: a finite and ordered sequence of steps designed to solve a problem. From this starting point, this article proposes a historical study of the algorithmic thinking employed by these "computers" as a way to trace its roots in various civilizations throughout history. To this end, evidence of proto-algorithmic procedures in the Babylonian and Egyptian civilizations is examined, as well as later developments in Greece, China, before delving into the medieval Islamic world, where the term acquired its current denomination through the work of Al-Khwarizmi, from where it reached Europe. The analysis then continues with fundamental contributions from early modern thinkers, particularly Leibniz, and concludes with the formalization of the concepts of algorithm and computation in the work of Turing himself and others in the early twentieth century. Thus, we aim to explore the historical continuity of algorithmic thinking, its close link with social development, and to contextualize the process that led to the formalization of the concept.

Keywords: Algorithms, Algorithmic reasoning, Computer Science history

Algoritmos A.C. (Antes de la computadora)

Abstract El concepto de algoritmo suele asociarse en la actualidad al concepto de programa o a desarrollos tecnológicos contemporáneos. Sin embargo, cuando Alan Turing formalizó la computación moderna, llamó a su diseño "máquina computadora" con los computadores en mente, personas encargadas de realizar cálculos repetitivos que seguían algo que bien podría definirse como un algoritmo, una secuencia finita y ordenada de pasos destinada a la resolución de un problema. Desde ese disparador, éste artículo propone un estudio histórico del pensamiento algorítmico que ejercían los "computadores" como forma de rastrear sus raíces en distintas civilizaciones testigo a lo largo de la historia. Para ello, se analizan evidencias de procedimientos protoalgorítmicos en las civilizaciones babilónica y egipcia, así como desarrollos posteriores en Grecia, China para luego adentrarnos en el mundo islámico medieval, donde el término adquiere su denominación actual a partir de la obra de Al-Khwarizmi desde donde llega a Europa. El análisis continúa con aportes fundamentales de la modernidad temprana, en particular los de Leibniz, hasta terminar en la formalización del concepto de algoritmo y de cómputo en la obra del propio Turing y otros a comienzos del siglo XX. De este modo, buscamos explorar la continuidad histórica del pensamiento algorítmico, su vínculo íntimo con el desarrollo social y poner en contexto al proceso que llevó a la formalización del concepto.

Palabras clave: Algoritmos, Pensamiento algorítmico, Historia de las Ciencias de la Computación

Introducción

¿Qué es un algoritmo?

En su versión más simple y tradicional, lo definimos como una secuencia finita de pasos para resolver un problema (Cormen et al., 2009; Joyanes, 2008), sin embargo, en la cultura popular, “el algoritmo” es un concepto a menudo asociado a ideas mucho más modernas como ser la forma en que las redes sociales eligen qué contenido mostrarnos.

¿Qué nos motiva a hacer un estudio histórico?

La idea del presente trabajo es recuperar esa definición elemental y confrontar la falsa idea de modernidad detrás del concepto de algoritmo o pensamiento algorítmico (entendiendo esto último como el proceso de pensamiento en pasos claramente definidos para resolver un problema también claramente definido) buscando sus raíces a lo largo de la historia y analizando su surgimiento y evolución desde el mundo antiguo hasta el surgimiento de la definición moderna de algoritmo, programa y modelo de cómputo de la mano de Alan Turing a principios del siglo XX.

Fundamentación de la elección del marco histórico

Desde que Turing definiera su máquina dando lugar a lo que se considera la fundación de la computación moderna, la computación, convertida poco a poco en ciencia con peso propio, evolucionó a un ritmo abrumador; abundante bibliografía y estudios cubren ese proceso. Sin embargo, desde un punto de vista del análisis teórico e histórico, es sumamente rico estudiar cuál fue el proceso que desembocó en las ideas de Turing y antes en las de Charles Babbage quien alrededor de 1850 diseñó su “máquina analítica” (Babbage, 2020). Estos dos hechos, distanciados en casi un siglo entre sí, resultan en los hitos más razonables para dar cierre a la “prehistoria” de la informática. La elección final de Turing obedece al hecho de que si bien Babbage diseñó la primera máquina que cumple con la definición de Turing de “computadora” fue este último quien presentó un modelo general y acuñó el término que resultó bisagra entre la modernidad y la computación “manual”.

Sobre los algoritmos como mecanismos para resolver problemas

El abordaje de los problemas varió a lo largo de la historia. Si bien el término “algoritmo” en sí (o su forma original, “algorismo”) proviene del nombre del matemático persa Mohammed ibn-Musa Al-Khowarizmi (Persia, siglos VIII-IX), el concepto que representa puede reconocerse en obras que lo preceden por milenios. Por este motivo, el presente trabajo se remite a algunos de los primeros documentos donde se evidencian procedimientos protoalgorítmicos, comenzando por las civilizaciones babilónica y egipcia, continuando con los desarrollos de China y Grecia, y luego con la obra de Al-Khowarizmi como punto de encuentro entre distintas tradiciones matemáticas. Finalmente, el recorrido llega a Leibniz, cuya idea de universalidad influiría posteriormente en Hilbert y, de manera indirecta, en los desarrollos que condujeron a la formalización moderna de la computación.

Egipto

Contexto Histórico: Las matemáticas egipcias, documentadas principalmente en el Papiro Rhind (ca. 1650 a.C.), se caracterizan por un enfoque numérico, retórico y algorítmico. Los procedimientos matemáticos se encuentran escritos sobre papiro y detallan series específicas de etapas de resolución sin incluir demostraciones generales. Los escribas funcionaban como ejecutores mecánicos de procedimientos diseñados por especialistas, siguiendo secuencias de pasos claramente definidos para transformar datos de entrada en resultados específicos, un rol similar al “computador” del siglo XIX/XX.

El desarrollo de estos **métodos algorítmicos** respondía directamente a las necesidades administrativas prácticas del imperio egipcio, que requería cálculos constantes para distribuir raciones, medir tierras tras las inundaciones del Nilo, calcular impuestos y planificar construcciones monumentales. La sistematización algorítmica surgió como respuesta a la necesidad de estandarizar y delegar estos cálculos masivos entre funcionarios que no necesariamente eran matemáticos expertos.

El sistema numérico egipcio utilizaba una base denaria y sus algoritmos se desarrollaron usando una base de fracciones unitarias, con la única excepción de $\frac{2}{3}$. Esto implicó que todo procedimiento matemático se resolvería usando fracciones unitarias. Esta representación les generó problemas recurrentes y estandarizados, de lo que se puede conjeturar que surge una primera necesidad (de la que da testimonio el papiro de Rhind) de tener resultados precalculados en tablas, que no eran otra cosa que recopilaciones de resultados que fueron calculados con antelación por algún matemático de la época para luego ser usados por escribas que no necesitaban saber resolver el cálculo. Este proceso de registro también fue utilizado para documentar procedimientos con instrucciones metódicas y repetitivas para obtener ciertos resultados. Un ejemplo de esto es el método para multiplicar dos números (Problema 6 del Papiro Rhind), el cual implicaba descomponer el multiplicador (10) en potencias de 2 ($10=2+8$) y luego sumar los resultados correspondientes a esas potencias, claramente una “**técnica algorítmica**” vista desde el punto de vista actual: una serie de pasos explícitos, metódicos y bien definidos que luego de ejecutarlos devuelven un resultado que cumple con la especificación.

A su vez, en el desarrollo de estos algoritmos, cada etapa del cálculo correspondía a una operación que podía requerir la aplicación de diferentes técnicas. El resultado de cada etapa se utilizaba como base para la etapa siguiente, estableciendo cadenas de operaciones donde el estado se transforma sucesivamente mediante operaciones definidas.

La influencia del medio de registro (el papiro) parece haber influido en el desarrollo del pensamiento algorítmico egipcio. Su formato lineal favorecía naturalmente la descripción secuencial de pasos, mientras que su costo motivaba economía de expresión y claridad procedimental. El formato establecía que cada etapa del cálculo se construyera sobre la anterior, creando cadenas de operaciones que encuentran paralelo en la idea de estado que se transforma sucesivamente mediante operaciones definidas (Turing).

Conclusiones: en su forma de abordaje de problemas se observan semejanzas profundas con otros desarrollos en Babilonia y China, así como con los modelos formales de cómputo del siglo XX. Esta tradición de textos con instrucciones paso a paso representa un hilo conductor en la historia del pensamiento algorítmico incluso en sociedades aisladas, lo que indica que surge como necesidad social y no por herencia cultural. Los modelos de Turing y Post, basados en la repetición de operaciones elementales, también se asemejan a esta forma antigua de concebir la resolución de problemas y a la idea de Leibniz de mecanizar los razonamientos matemáticos. Estos modelos, como veremos luego, fueron la base del paradigma imperativo.

Babilonia

Contexto Histórico: La matemática mesopotámica, especialmente durante el período Paleobabilónico (c. 1800-1600 a.C.), representa uno de los desarrollos más sofisticados del pensamiento algorítmico en la antigüedad. Los escribas (tupšarrum), formados en las "Casas de las Tablillas" (eduba), no solo registraban transacciones comerciales y administrativas, sino que desarrollaron un corpus matemático con abstracción y sistematicidad. El desarrollo de estos métodos respondía a las necesidades prácticas de un imperio que debía administrar tierras, cobrar impuestos, repartir herencias, construir canales y llevar las cuentas del comercio. La sistematización algorítmica surgió como respuesta a la necesidad de resolver estos problemas de forma confiable y principalmente delegable. Como señala Boyer (Boyer, 1999), *"la eficacia de los babilonios calculando no era consecuencia únicamente de su sistema de numeración, sino que los matemáticos mesopotámicos se mostraron además extremadamente hábiles inventando métodos algorítmicos"*.

Su **sistema numérico** sexagesimal facilitó enormemente los cálculos complejos. El 60 es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20 y 30, lo que permite que muchas fracciones comunes tengan representaciones exactas, evitando los problemas que otras civilizaciones enfrentaban con ellas. Además, los babilonios desarrollaron un sistema de notación posicional, un avance conceptual fundamental dado que permitía representar números grandes y pequeños con el mismo conjunto de símbolos, facilitando la estandarización de los procedimientos de cálculo.

Sobre el uso de las tablillas, se nota un correlato muy claro con sus contemporáneos egipcios: por un lado tenían tablas numéricas (de multiplicación, de inversos, de cuadrados y raíces cuadradas, de cubos y otras potencias) que contenían resultados precalculados que los escribas consultaban, mientras que por el otro contaban con textos de procedimiento, que funcionaban como algoritmos, los cuales se caracterizaban por ser retóricos (expresados en lenguaje natural), numéricos (con datos y resultados concretos) y algorítmicos (con una secuencia ordenada de etapas).

Un notable ejemplo de **técnica algorítmica** es el algoritmo para aproximar raíces cuadradas, el cuál se atribuyó después a Herón de Alejandría y se conoce como algoritmo de Newton, aunque los babilonios ya lo usaran más de mil años antes.

Otro ejemplo se encuentra en la tablilla BM 13901 que contiene un proceso que hoy identificaríamos como ecuación cuadrática: "sumé la superficie y el lado de mi cuadrado y me dio 45". El algoritmo va paso a paso: poné 1, sacá la mitad (0;30 en sexagesimal), multiplica por sí mismo (0;15), sumale 45 (da 1), sacá la raíz (da 1), restale el 0;30 de antes.

Resultado: 0;30, que es el lado. Exactamente la fórmula cuadrática expresada como receta en vez de como fórmula.

Sobre el **impacto del soporte físico**, las tablillas de arcilla eran durables y servían para su uso fuera de bibliotecas, esa misma durabilidad nos permitió estudiar estos conocimientos miles de años después. A su vez, el obligado formato modular nos muestra indicios de cómo ordenaban conceptos los babilonios. Un ejemplo de esto es que al ser su registro retórico, en vez de escribir una fórmula abstracta crearon catálogos exhaustivos de casos. La tablilla BM 13901, por ejemplo, contiene 24 problemas que son variaciones sistemáticas del mismo tema. La idea pareciera ser que cubriendo suficientes casos representativos, el estudiante aprendía a interpolar para cualquier situación nueva.

Conclusiones: La descomposición de problemas complejos en subproblemas más simples, reutilizando procedimientos conocidos, eso que hoy llamaríamos modularidad, se hace presente, incluso hay ejemplos de técnicas iterativas, como en el cálculo de raíces cuadradas y ciertos inversos. La forma babilónica de resolver problemas matemáticos mediante secuencias de instrucciones apoyadas en tablas precalculadas, presenta semejanzas claramente identificables con los modelos formales de cómputo del siglo XX al igual que pasaba con Egipto.

China

Contexto histórico: la historia de China es milenariamente larga, pero resulta particularmente interesante lo sucedido durante el siglo III a.C. con la unificación de China, porque surgen allí dos reliquias invaluablees que nos dan testimonio del avanzadísimo estado del pensamiento algorítmico en esas tierras. Cuando Ying Zheng unifica China, inicia una fuerte campaña de unificación cultural, que incluye la quema de “libros” (escritos sobre tiras de bambú) que exceptuó a los académicos mientras que también unificó unidades de medición (Chabert, 1999, p38). En este periodo, China adopta el sistema decimal (prácticamente en paralelo con India) y comienza una tradición de organización del conocimiento. Sobre esto cabe destacar que diversos autores han especulado con conexiones entre el conocimiento babilonio y chino, pero se han topado con la dificultad de no poder explicar por qué China no utilizaba el sistema sexagesimal babilónico.

En ese contexto, dos documentos dejaron un testimonio invaluable, los textos de bambú de Zhangjiashan, descubiertos en 1983, cuyo nombre original es **Suan shu shu** (算數書), traducido como “*Libro sobre números y cálculo*” o “*Escritos sobre cálculos*”, y el **Jiuzhang Suanshu** (“*Los 9 capítulos*”).

El primero es “*un libro dedicado íntegramente a las matemáticas (...) compuesto por 190 tablillas de bambú que contienen en total 69 problemas, con instrucciones para operaciones aritméticas básicas, procedimientos para obtener raíces cuadradas aplicando el método de 盈不足 (ying bu zu, exceso y defecto), y fórmulas para determinar áreas y volúmenes de diversas figuras geométricas*” (Xueqin & Wen, 2001, p3).

Estas tiras de bambú evidencian un dato fundamental desde el análisis arqueológico del pensamiento algorítmico: ya entre el siglo II y III a.C. en China se tomaba como unidad de análisis el problema que, más interesante aún, si bien tienen formato prosaico, describen

casi a la perfección un algoritmo moderno. Como ejemplo, el problema 3.1 describe paso a paso como a partir de un total de soldados se deben distribuir en un campamento, con un claro uso de variables y saltos condicionales.

El segundo documento es una obra que ante todo atestigua la disciplina de la China imperial en la construcción de conocimiento dado que fue desarrollándose a lo largo de siglos (se estima que entre el II a.C. y el III d.C.), lo que marca un proceso de mejora continua a la vez que vuelve difícil datar en qué siglo se alcanzó el conocimiento en él reflejado. Allí es donde el descubrimiento del *Suan shu shu* hizo su gran aporte: permitió determinar que el pensamiento algorítmico plasmado en el **Jiuzhang Suanshu** ya era una metodología usada en épocas de su redacción temprana. Sobre esta obra, describe la abrumadora suma de ¡246! problemas catalogados en 9 capítulos según su utilidad práctica. Randy Schwartz (Schwartz, 2008) hace una interesante comparación con Los Elementos de Euclides. Schwartz destaca como mientras los 9 capítulos tienen una estructura que pasa de la ejemplificación a la resolución del problema abstracto (un enfoque inductivo, en sus palabras), los Elementos presenta una estructura más descriptiva atravesada por conceptos geométricos, matemáticos en general y axiomas. Destaca también el sistema decimal usado en los 9 Capítulos y cómo abordaban problemas sobre matrices que tardarían siglos en ser abordados por otras culturas, aunque carecían, por ejemplo, de la idea de número primo y factorización, si desarrollada por Euclides.

Conclusiones: quizás el abordaje de China fue más pragmático que el contemporáneo griego, y si bien no presenta la visión pitagórica de intentar representar todo a través de la matemática, desde una visión quizás menos filosófica se acercaron mucho más al concepto moderno de algoritmo, al cual convirtieron en su estándar de resolución de problemas y el cual mantuvieron por siglos a pesar de los numerosos cambios de dinastía que se dieron en la China imperial temprana. Mismo se puede concluir que el uso de **tablillas de bambú** les facilitó la modificación parcial de documentos sin necesidad de transcripción completa, algo que por siglos condicionó el proceso de registro de conocimiento.

Grecia

Acercamiento a las nociones algorítmicas de correctitud en la antigua Grecia

La civilización griega aporta registros valiosos a la historia de la matemática, pues resulta posible reconocer ideas filosóficas, políticas y éticas; es decir, nos lega un cuerpo mucho más acabado para poder reconocer las cosmovisiones imperantes, contrastando con las culturas prehelénicas. Este hecho nos permite aproximarnos mucho mejor a las concepciones teóricas que circundan los problemas matemáticos a los que se enfrentaron, investigando los debates entre las distintas corrientes de pensamiento que dominaban el mundo griego. La vida democrática hizo más necesaria la fundamentación para el debate colectivo, por lo cual puede observarse una profundidad teórica en mucho comparable a la que acontece en tiempos modernos.

Siguiendo a Boyer, consideraremos tres etapas en la evolución del pensamiento griego; partiendo desde la más primitiva con Pitágoras y Tales como grandes referentes, atravesando la que Boyer consigna como “época heroica” que incorpora a los sofistas y finalizando con la que aporta el grueso del material, pasando por Platón, Aristóteles,

Euclides, etcétera. De las primeras dos etapas el registro directo que sobrevivió el paso del tiempo es insignificante, por lo que las conocemos principalmente a través de la óptica de la tercera etapa. De cualquier forma utilizaremos las dos primeras como base para contextualizar la tercera, de la cual tomaremos como muestra la obra de Euclides.

La abstracción y el tipo de datos

El pensamiento matemático previo a esta civilización mostraba indicios de abstracción, pero no lo suficiente como para apoyar la conjetura que el pensamiento abstracto ya estaba incorporado en la matemática para las civilizaciones mesopotámicas y egipcia. En cambio, en las críticas y comentarios respecto al pensamiento pitagórico, aparecen elementos que dan cuenta del carácter abstracto relativo a su matemática. El papel preponderante del número en esta filosofía, como la sustancia fundamental, cuya pluralidad podía explicar la enorme diversidad que muestra la materia en nuestra experiencia sensible, da cuenta por sí solo de este hecho: la abstracción y la matemática unidos en un mismo testigo. Aunque posteriormente primó la geometría como matemática fundamental, colocando a las magnitudes en el lugar de los números, hacia fines del siglo XIX y principios del siglo XX se retomó la postura que pone a la aritmética como disciplina fundamental (Berge, Sessa (2003)).

Si bien el número no constituirá el eje en el análisis posterior, vale aproximarse un poco más a su noción entre los pitagóricos, ya que dan una muestra del pensamiento teórico que llevó un hilo conductor en las tres etapas. Analicemos la *tetractys*, aquel sacro 10 de los pitagóricos, otro elemento que muestra cómo sus concepciones se escindieron de la mera práctica, ya que aquel número era divino porque resulta la suma de toda la dimensionalidad sensible: el 1 representa el punto, con 2 puntos construyó una línea, con 3 puedo generar un plano y para el espacio necesito 4 puntos. Este argumento numerológico, que se da de bruce con la ciencia moderna, muestra nuevamente varios rasgos de abstracción: el punto, la dimensión, el espacio. La importancia del 10 no radica en que tengamos 10 dedos y que el sistema decimal resulte práctico para contar; su divinidad la construye en tanto explica una multiplicidad. En línea con Giordano Bruno, la fantasía es quien conecta al mundo material y al mundo divino, que nos permite el proceso que va de la sensibilidad a la cognición. Es decir, tenemos un claro posicionamiento en el cual la construcción teórica, la rigurosidad, tienen un papel de suma centralidad en el pensamiento griego.

Los algoritmos y la noción de correctitud

Ya en los Elementos de Euclides, está plasmado el divorcio del rigor y el número, utilizándose la noción geométrica de magnitudes. Esto no fue en detrimento de la profundidad teórica, el basamento geométrico de esta matemática parte igualmente de abstracciones como puntos, líneas, etcétera. El reemplazo del número por las magnitudes es un emergente del mayor rigor asociado con las construcciones geométricas para el pensamiento de la época. La demostración está asociada a este ejercicio muy consolidado en la etapa heroica y la siguiente. Eso no significa que no hubiera una preocupación respecto del número, sino que su formalización y exposición utilizaba una base geométrica.

Las demostraciones con regla y compás muestran dos elementos de interés: por un lado son constructivas y por tanto algorítmicas, pero por otro lado dan una justificación a la correctitud del algoritmo. Analizaremos a continuación, sobre la base de un algoritmo concreto, la afirmación que muchas pruebas consisten en la propuesta de una serie de pasos

que se pueden aplicar y que nos convencen que tras esos pasos, hallamos lo buscado, similar a la forma en que se demuestra la correctitud de algoritmos en la moderna teoría de la computación.

El algoritmo de Euclides

El caso testigo que muestra lo expuesto resulta el famoso algoritmo de Euclides que permite hallar el máximo divisor común (mcd) entre dos números enteros. Se encuentra en el libro VII y es expresado a través de dos proposiciones. La proposición I dice:

“Dados dos números desiguales, siendo el menor sustraído del mayor continuamente, si el número que se obtiene nunca mide al que se sustrae hasta que queda la unidad, los números originales son coprimos.” (Traducción propia de un fragmento de Elements, Book VII. T. L. Heath, The thirteen books of Euclid’s Elements, vol. 2, pp.296-299 (**Chabert, J.-L. (Ed.). (1999))**)

La proposición proporciona un test de coprimidad: tiene entradas que son los números dados y una salida del algoritmo que es una respuesta binaria (son coprimos o no). Si bien el texto puede resultarnos confuso, observar la demostración nos permite comprender el procedimiento que se está desarrollando. Dados dos números, buscamos el resto entre el mayor y el menor y reelegimos dos números nuevos como el menor y el resto. Iteramos este procedimiento y si encontramos que uno de los restos es la unidad, concluimos que los números son coprimos.

Empero la demostración no consiste solamente en mostrarnos cómo es el procedimiento para hallar la respuesta a nuestro problema, sino que lo justifica. Para eso no realiza una inducción como las modernas, pero sí avanza 3 pasos inductivos en los cuales se obtiene un resto unidad (no lo explicita, pero queda clara la idea que pueden ser más pasos) y llega a un absurdo a través de proponer que eran coprimos, ya que ese múltiplo común debería también dividir a la unidad. Este tipo de argumentaciones son comunes cuando se prueba la correctitud de los algoritmos modernamente.

Este algoritmo supone que en algún momento encontramos un resto igual a 1, sin embargo eso podría no pasar. Una opción es que el resto “mida” al menor (esto es que sea un submúltiplo). Eso abre la puerta a la proposición II que muestra que llegado ese caso hallamos el mcd entre los dos números. Sin embargo, hay una opción más. Siguiendo la demostración de Euclides en la cual consideramos magnitudes, ¿qué pasaría si las magnitudes son inconmensurables (“si, cuando el resto de dos magnitudes desiguales es continuamente sustraído del más grande, de manera que nunca el resto mide la unidad, las magnitudes serán inconmensurables”)? En ese caso el algoritmo entraría en un ciclo infinito, lo que hoy diríamos “se cuelga”. Es decir, aplicado sobre magnitudes, este algoritmo es semidecisional: si la respuesta existe la encuentra en tiempo finito, caso contrario opera indefinidamente.

Discusión

Varios de los elementos constitutivos de la computación teórica empiezan a asomarse en esta época temprana. La noción de algoritmo es la que parece ser más clara, aunque ya estaba presente en civilizaciones anteriores con las cuales interactuaron. El tipo de dato formaba parte de una discusión aparentemente teórica, el debate no parece ser en términos

de practicidad computacional sino más bien ligado a la rigurosidad teórica. Sin embargo, la crítica al número como base de la matemática, remite a una vuelta a lo clásico y tangible, que facilita el soporte en la práctica.

Si bien el intenso debate teórico puede empañar las razones prácticas que lo acompañaron, arroja luz respecto a la noción de correctitud de los algoritmos a partir de la demostración como método de avance en las disputas. El interés en este punto es inédito, si los mesopotámicos y egipcios le prestaron atención a la correctitud, no parece haber tenido la misma intensidad cuando se revisa la evidencia histórica.

La Persia de *Al-Khowarizmi*

Contexto histórico: Entre fechas estimadas entre el 780 y el 850 d.c., vivió en Persia el matemático Mohammed ibn-Musa Al-Khowarizmi, cuyo nombre fuera luego latinizado como Al Guarismi y más tardíamente Al Juarismi, a quien deben sus nombres los algoritmos, así como los guarismos y el álgebra, ésta última con motivo de su obra más importante: el *Al-jabr wa'l muqabalah* (Boyer, 1987). Al-Khowarizmi vivió en la Persia post mahometana, en un momento histórico donde Europa atravesaba la llamada “edad oscura” que si bien no detuvo por completo el avance de la ciencia si lo ralentizó notablemente (Steward, 1985, p76).

En ese contexto, cuenta Boyer que Al-Khowarizmi fue miembro de la «Casa de la Sabiduría» (Bait Al- Hikma), fundada por Al-Mamun, una especie de universidad de la época desde la que escribió obras astronómicas y matemáticas, las primeras basadas probablemente en el Sindhind (India). Además de tablas astronómicas y tratados sobre el astrolabio y el reloj de sol, Al-Khowarizmi escribió dos libros sobre aritmética y álgebra de suma importancia en la historia de la matemática, siendo quizás el más destacado aquel sobre el que sólo se preserva una copia única de una traducción latina con el título de De numero indorum (o «Sobre el arte de calcular hindú»), basada presumiblemente en una traducción árabe de Brahmagupta. En ella, Al-Khowarizmi hace una exposición del sistema de numeración hindú. A la trascendencia de esta obra debemos que en Europa los números indios se conozcan como “arabigos”. Durante este periodo Al-Khowarizmi también tuvo acceso a las primeras traducciones al árabe de los Elementos de Euclides. Fue de esa forma que en su álgebra fusionó el sistema numérico indio con los avances realizados en Grecia. Dice Bell: “*El álgebra de los árabes parece haber dudado entre el gusto de Grecia y el de la India, eligiendo al último en su periodo más creador, sólo para caer en una retórica imposible, cuando en el siglo IX se hizo clásico con la obra maestra de su representante más famoso, Al-Khowarizmi.*” (Bell, 2016).

Esto destaca uno los aspectos más llamativos del álgebra de Persia y Al-Khowarizmi: resignó la escritura simbólica siguiendo las convenciones retóricas persas. De esta forma, los persas preferían explicar sus problemas en prosa, pero a su vez tenían una terminología muy específica para referirse a ciertos términos técnicos como ser “cosa” para incógnita y “tesoro” para cuadrados. Ejemplo de problema:

“el rectángulo BE proviene pues del producto del número de raíces y una cosa por una cosa, pero el producto de una cosa por una cosa es el tesoro desconocido y el producto del

número de raíces por una cosa es cosas en número igual al número de raíces, pero esta suma es igual al rectángulo BE, que es el número mencionado en el problema. Se tiene pues un tesoro y raíces en número igual al número mencionado en el problema iguales al número mencionado en el problema.” (al-Tūsī, 1986, p. 31).

Conclusiones y legado: Si bien su aporte a la matemática fue innegable, desde el campo que aborda el presente, el trabajo de Al-Khowarizmi presenta un gran retroceso respecto a parte del material con el que él contaba, dado que al utilizar la metodología retórica griega, muchas de las características que se pueden ver en textos más antiguos sobre división clara en pasos se perdió momentáneamente. Sin embargo, su gran aporte fue combinar los desarrollos teóricos heredados de la tradición griega con un sistema numérico que permitía ejecutar los algoritmos aritméticos de manera mucho más eficiente. Esto reducía la fuerte dependencia del ábaco que imponen los números romanos en Europa. Su trabajo llegó primero a España a través de la ocupación árabe y si bien se extendió por Europa, el desplazamiento del ábaco fue lento porque era una práctica muy arraigada a la cultura local. (Bell, 2016).

Es relevante considerar que el uso del ábaco estaba tan fuertemente asociado al cálculo algebraico que, dice Boyer sobre Fibonacci: *“El libro en el que describe Fibonacci el nuevo algoritmo(sic) es un famoso clásico que fue escrito en 1202 y que lleva un título completamente engañoso: Liber abaci (es decir, «Libro del ábaco»); no trata del ábaco, sino que es un tratado muy completo sobre métodos y problemas algebraicos, en el que se recomienda enérgicamente el uso de los numerales hindú-arábigos(sic)”*. Por lo que se puede concluir que el principal legado de Al-Khowarizmi en cuanto a lo algorítmico fue la mencionada fusión, función de bisagra entre culturas y agente introductorio de Europa a la matemática de la época, lo que tuvo fuerte impacto en el renacimiento. Sin embargo, es también importante destacar que la bibliografía consultada presenta notables rasgos eurocéntricos que podrían considerarse sesgadores de los análisis aportados. Nótese como, por ejemplo, Bell relativiza el oscurantismo europeo, pero a su vez Fibonacci estaba aún intentando promover los números indo-arábigos ¡Cuatro siglos después de Al-Khowarizmi!

Leibniz

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) es recordado usualmente por su disputa con Newton sobre la creación del cálculo infinitesimal. O por la notación que desarrolló para el mismo, que se impuso ampliamente por sobre la de Newton por resultar más práctica. O por su obra filosófica. O por redescubrir y popularizar el sistema de numeración binaria, que cobraría importancia en el siglo XX con el desarrollo de la computación. Pero, además de todas estas contribuciones, Leibniz desarrolló una idea que tendrá mucho impacto en el rumbo que tomará la matemática a finales del siglo XIX y principios del siglo XX, y que desembocará en el nacimiento de la Computación como disciplina y en las primeras formulaciones rigurosas del concepto de algoritmo. Esta idea fue la *Characteristica Universalis*:

El vínculo entre la idea de un algoritmo y el enfoque utilizado por los lógicos matemáticos se remonta a mucho tiempo atrás. En el siglo XVII, Leibniz imaginó un “lenguaje de caracteres universal” que permitiría reducir todo razonamiento matemático a simples

cálculos. Intentó establecer un cálculo de proposiciones e hizo alusión a “máquinas que pudieran imitar el razonamiento...” (Chabert, J.-L. (Ed.). (1999))

La *Characteristica Universalis* debía ser un lenguaje formal simbólico capaz de representar conocimiento que eliminaría las ambigüedades propias del lenguaje natural, y que permitiría expresar conceptos matemáticos o científicos de forma rigurosa. De esta forma, los problemas matemáticos podrían reducirse a la resolución de operaciones lógicas claramente definidas en este lenguaje, mecanizando así el razonamiento matemático. Leibniz le dio el nombre de *Calculus Ratiocinator*. Es importante notar que esta idea surge en una época que coincide con el surgimiento del cálculo justamente de Newton y Leibniz, y de un creciente uso del razonamiento simbólico en la matemática, como sucede en los trabajos de Newton donde se mezcla este tratamiento simbólico con la geometría, o en los trabajos del propio Leibniz para la resolución de algunas integrales específicas o la sistematización del cálculo de derivadas.

Este concepto será retomado por Babbage, con su máquina analítica, y por Boole, con su modelo algebraico de la lógica, durante el siglo XIX, y tomará mucha relevancia unos doscientos años después, cuando Hilbert plantee sus sistemas axiomáticos para distintas áreas de la matemática, cuando Gödel demuestre la imposibilidad de encontrar un sistema axiomático que capture exactamente las verdades matemáticas, y cuando Turing y Post desarrollen sus máquinas automáticas, de las cuales hablaremos en la siguiente sección, para formalizar la noción de algoritmo.

La idea que Leibniz nunca pudo llevar a cabo fue el impulso que dio inicio a una nueva forma de ver la matemática, planteando una pregunta que tardaría dos siglos en ser respondida: ¿puede la matemática realmente ser formalizada en la forma en que lo deseaba Leibniz? Y esta pregunta jugó un rol fundamental en el nacimiento de la Computación y en el desarrollo de las primeras definiciones rigurosas de *algoritmo*.

Turing y nociones contemporáneas de algoritmo

La pregunta que planteó incipientemente Leibniz sobre si era posible formalizar el razonamiento matemático y reducirlo a una serie de cálculos mecánicos reaparece con fuerza a finales del siglo XIX. Durante este período, la matemática atravesó una transformación profunda, por ejemplo con el desarrollo de una formulación rigurosa del análisis, la consolidación de la teoría de conjuntos. Todo en la matemática tendía hacia la rigurosidad y la formalización.

Es en este contexto que David Hilbert desarrolla un programa que consistía en desarrollar sistemas axiomáticos completos, consistentes y decidibles mediante un procedimiento efectivo para ciertas ramas fundamentales de las matemáticas. Sin embargo, para que este programa tuviera sentido, era necesario definir rigurosamente qué quiere decir *método efectivo*.

En su famoso artículo de 1931 “*On the undecidable propositions of the Principia Mathematica*”, Kurt Gödel prueba sus teoremas de incompletitud, mostrando que ningún sistema axiomático que fuera lo suficientemente expresivo es capaz de capturar todas las

verdades aritméticas y, al mismo tiempo, ser consistente. Sin embargo, la importancia histórica de su trabajo no se restringe solo a dicho resultado formal. Gödel introdujo una forma de representar los razonamientos y las pruebas matemáticas mediante números. Además, como efecto colateral de sus Teoremas de Incompletitud, Gödel debió definir lo que hoy conocemos como *funciones primitivas recursivas*, lo que puede considerarse como el primer acercamiento a una definición formal de procedimiento efectivo. Sin embargo, esta noción no alcanzaba a capturar todas las funciones que intuitivamente entendemos como decidibles, o computables, mediante un método efectivo. Esto fue probado por Ackermann con su famosa Función de Ackermann.

A partir de este primer acercamiento, Stephen Kleene y Alonzo Church avanzaron en la construcción de modelos que formalicen la noción de método efectivo, capturando realmente todas las funciones que la intuición diría que deben ser capturadas. Church introdujo el *cálculo lambda* en su artículo “*An Unsolvable Problem of Elementary Number Theory*” de 1935, que fue luego la base de lo que hoy conocemos como *paradigma funcional*. Church fue el primero en utilizar un formalismo para demostrar que existen problemas que no pueden ser resueltos con un método efectivo. Kleene, por su parte, en su artículo “*General Recursive Functions of Natural Numbers*” de 1935 desarrolló la teoría de las funciones recursivas, que describía las funciones computables mediante esquemas de construcción bien definidos, extendiendo la definición de Gödel. Lo interesante fue que, si bien ambos sistemas tenían definiciones muy distintas, Kleene demostró la equivalencia de ambos. Es decir, que ambos capturaban exactamente las mismas funciones.

En 1936, en su conocido artículo “*On Computable Numbers, with an application to the Entscheidungsproblem*” Alan Turing describe sus máquinas automáticas: un modelo idealizado pensado como un calculista humano realizando operaciones elementales sobre una cinta infinita de trabajo, siguiendo un conjunto finito de instrucciones. Este modelo no solo resultó equivalente a las definiciones de Church y Kleene, sino que resultó mucho más intuitivamente cercano a la noción que tenemos de procedimiento efectivo, y da una idea clara de lo que significa “calcular” algo, en este caso una función. Al mismo tiempo, en su artículo “*Finite Combinatory Processes, Formulation 1*”, Emil Post desarrolla otra máquina automática, aunque él nunca utiliza la palabra *máquina*, en el mismo espíritu que Turing, y que, al igual que las Máquinas de Turing, acabó por ser equivalente a los otros modelos conocidos. Estos modelos, más basados en la repetición de operaciones elementales llevadas a cabo por un “calculista” o “trabajador” (como lo llamaba Post) se asemejan mucho a la idea de *Calculus Ratiocinator* de Leibniz y a su idea de mecanizar los razonamientos matemáticos. Esta forma de resolver problemas también presenta semejanzas con la forma en que se planteaba la resolución de problemas matemáticos en Babilonia o en China, donde los libros de texto daban una serie de indicaciones o instrucciones a seguir para encontrar la respuesta. De hecho, estos modelos de cómputo fueron la base de lo que hoy se conoce como *paradigma imperativo*, y su idea de cinta de trabajo es la base de lo que hoy es la *memoria* de una computadora.

Con la introducción del concepto de algoritmo, la historia de los algoritmos se transforma en la historia de un nuevo campo de la ciencia: el campo de los algoritmos. Aquí, no se trata de buscar un algoritmo para resolver un problema particular, sino de resolver problemas planteados por el estudio general de los algoritmos. (Chabert, J.-L. (Ed.). (1999))

Tras siglos de desarrollo del pensamiento algorítmico y su utilización para la resolución de problemas, tanto matemáticos como de otros tipos, y lejos aún del desarrollo de la primera computadora de propósito general, se logra un consenso sobre qué quiere decir resolver algo efectivamente, y se logra describir formalmente qué es un *algoritmo*.

Conclusiones

Arqueología del pensamiento algorítmico: origen y necesidades

Desde hace ya cuatro milenios se pueden empezar a observar en Egipto y Babilonia los primeros intentos de sistematizar procesos. Esta necesidad pareciera haber nacido de la demanda de procesos expertos a ser realizados por “personal” con un entrenamiento mucho más limitado que el del experto que desarrolla el proceso. Eso per se ya se condice con una de las bases de la computación moderna: automatizar es trabajar mucho una vez para que luego se pueda “ejecutar” el proceso reiteradas veces de forma “barata” y por usuarios con una capacitación mínima.

A medida que las propias civilizaciones se desarrollaron, sus necesidades de unificar lenguaje técnico para procesos y estandarización fueron creciendo. En paralelo, junto con paradigmas teístas, surge la idea de modelar el todo, o en su defecto todo lo que es modelable, otra gran aspiración de la computación moderna.

Ya llegando a la modernidad, se nota como la historia adquiere un rasgo eurocéntrico que a su vez se condice con los epicentros de lo que luego serían las revoluciones industriales, con lo que no parece casual que el concepto de computadora surja, finalmente, en Inglaterra.

Sobre los problemas

A lo largo del análisis se pudieron observar dos familias de problemas a menudo íntimamente relacionadas pero diferenciables entre sí. Por un lado, los problemas que podrían identificarse como más puramente matemáticos, y por otro, problemas prácticos que, si bien tienen relación con la matemática, no son “de nicho”.

Desde lo matemático, se observa una fuerte interrelación entre el avance de la ciencia y la sistematización de procesos, lo que parece totalmente razonable toda vez que el lenguaje es plausible de actuar como limitante a la hora del avance de las fronteras de una ciencia.

Desde lo práctico, se observa que el pensamiento algorítmico y la mecanización de procesos se muestra fundamental para el desarrollo social, la creación de Estados, y hasta para el criterio mismo de justicia, lo que coloca a los algoritmos en un lugar que claramente excede el concepto de meros selectores de contenidos contemporáneos, y nos muestra que se encuentran embebidos en nuestro día a día a niveles que ni siquiera sospechamos.

Sobre futuros trabajos

El presente trabajo sólo abordó civilizaciones testigo. Desechó la idea de abordar la América precolombina por considerar que el estudio de un ambiente aislado hubiera dado lugar a toda una rama nueva de análisis del desarrollo de procedimientos que, si bien hubiera sido muy rico, excede holgadamente el objetivo. De la misma forma, muchos pensadores modernos quedaron fuera, como así también civilizaciones antiguas como la fundamental India que sólo se referencia indirectamente. Todas esas premisas resultan de

interés para ser desarrolladas en trabajos futuros y creemos que tienen potencial para generar conclusiones de interés.

Bibliografía

- Joyanes Aguilar, L.** (2008). *Fundamentos de programación* (3.^a ed.). McGraw-Hill.
- Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C.** (2009). *Introduction to algorithms* (3rd ed.). MIT Press.
- Babbage, C.** (2020). *Pasajes de la vida de un filósofo, capítulos 6 al 8* (eBook n.º 57532). Project Gutenberg. (Obra original publicada en 1864)
- Chabert, J.-L.** (Ed.). (1999). *A history of algorithms: From the pebble to the microchip*. Springer.
- Kline, M.** (1972). *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. Madrid: Alianza Editorial.
- Boyer, C. B.** (1994). *Historia de la matemática* (M. Martínez Pérez, Trad.). Alianza Editorial.
- Clay tablet with cuneiform inscription** British Museum. (s. f.), (W_1896-0402-1). https://www.britishmuseum.org/collection/object/W_1896-0402-1
- Xueqin, L., & Wen, X.** (2001). *New light on the Early-Han code: A reappraisal of the Zhangjiashan bamboo-slip legal texts*. *Asia Major*, 14(1), 125–146.
- Zhou, X., & Dauben, J. W.** (2025). *The 數 Shu (Mathematics): a Qin-dynasty work on bamboo and wooden slips from ancient China — transcription and English translation with commentary*. *Archive for History of Exact Sciences*, 79, Article 13. <https://doi.org/10.1007/s00407-024-00340-6>
- Schwartz, R.** (2008). A classic from China: *The Nine Chapters*. *The Right Angle*, 16(2), 8–12. Schoolcraft College Department of Mathematics.
- Bergé A., Sessa C.** (2003) Completitud y continuidad revisadas a través de 23 siglos. Aportes a una investigación didáctica. RELIME
- Stewart, I.** (1985). *Historia de las matemáticas* (J. García Sanz, Trad.). (Ed. digital Un_Tal_Lucas; ePub r1.0). (Obra original publicada como *Taming the Infinite. The Story of Mathematics*).
- Bell, E. T.** (2016). *Historia de las matemáticas* (R. Ortiz, Trad.). Ciencia y Tecnología.
- Al-Tūsī, S.** (1986). *Œuvres mathématiques*. Tome I et II. Texte établi et traduit par R. Rashed. Paris: Les Belles Lettres.
- Matković, A.** (2015). *Leibniz and descartes: From a universal language to universal knowledge*. 12. 63-87.
- Boole G.** *An Investigation of the Laws of Thought: On Which Are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*. Cambridge University Press; 2009.
- Turing, A. M.** (1936). *On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem*. *Proceedings of the London Mathematical Society, Series 2*, 42(1), 230–265
- Gödel K.** (1931), ‘Über formal unentscheidbare Sätze der Principia mathematica und verwandter Systeme I, *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 173-198
- Kleene, S.** (1936) "General recursive functions of natural numbers.." *Mathematische Annalen* 112: 727-742
- Post E.** (1936). *Finite combinatory processes—formulation*. *Journal of Symbolic Logic*. 1936;1(3):103-105. doi:10.2307/2269031
- Hodges A.** (1983), *Alan Turing: the Enigma of Intelligence*, London: Burnett Books